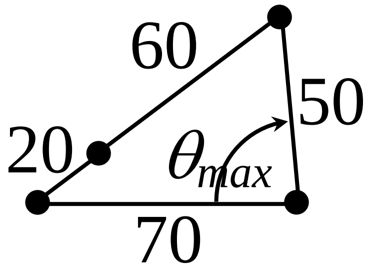
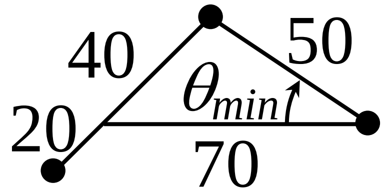
1.

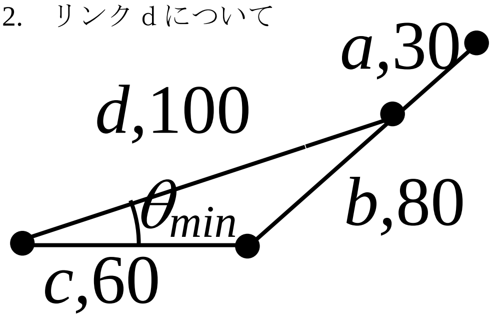


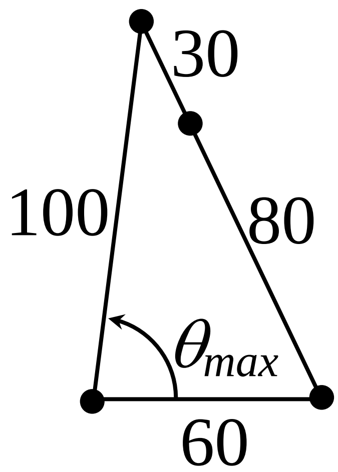


$$\theta_{max} = \cos^{-1}\frac{50^2+70^2-80^2}{2\cdot 50\cdot 70}$$

$$\theta_{min} = \cos^{-1}\frac{50^2+70^2-40^2}{2\cdot 50\cdot 70}$$

2.　リンク d について





$$\theta_{min} = \cos^{-1}\frac{130^2+60^2-50^2}{2\cdot 130\cdot 60}$$

$$\theta_{max} = \cos^{-1}\frac{100^2+60^2-110^2}{2\cdot 100\cdot 60}$$

3.　$\lambda = \frac{a}{b} = \frac{60}{250} = 0.24$,　　$\omega = \frac{2\pi\cdot 400}{60} = \frac{40\pi}{3}$　rad/s

右向きを正とすると,

$$s = (a\cos\theta + \sqrt{b^2 - a^2\sin^2\theta}) - d$$

$$= (a\cos\omega t + \sqrt{b^2 - a^2\sin^2\omega t}) - d \qquad (\because \theta = \omega t)$$

$$\frac{ds}{dt} = -a\omega\sin\omega t + \frac{-2a^2\omega\sin\omega t\cos\omega t}{2\sqrt{b^2 - a^2\sin^2\omega t}}$$

$$= -a\omega\sin\omega t - \frac{a^2\omega}{2}\frac{\sin 2\omega t}{\sqrt{b^2 - a^2\sin^2\omega t}}$$

$$= -a\omega(\sin\omega t + \frac{a}{2}\frac{\sin 2\omega t}{\sqrt{b^2 - a^2\sin^2\omega t}})$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -a\omega\left\{\omega\cos\omega t + \frac{a}{2}\frac{(2\omega\cos 2\omega t)\sqrt{b^2 - a^2\sin^2\omega t} + \sin 2\omega t\,\frac{a^2\omega}{2}\frac{\sin 2\omega t}{\sqrt{b^2 - a^2\sin^2\omega t}}}{(b^2 - a^2\sin^2\omega t)}\right\}$$

$$= -a\omega\left\{\omega\ \ \cos\omega t + a\left(\frac{2\omega\cos 2\omega t}{\sqrt{b^2 - a^2\sin^2\omega t}} + \frac{a^2\sin^2 2\omega t}{4(b^2 - a^2\sin^2\omega t)^{1.5}}\right)\right\}$$

$$= -a\omega^2\{\cos\omega t + \frac{a}{4}\frac{(4\cos 2\omega t)(b^2 - a^2\sin^2\omega t) + a^2\sin^2 2\omega t}{(b^2 - a^2\sin^2\omega t)^{1.5}}\}$$

この関係式は，$\lambda = \dfrac{b}{a}$ なる変数λを用いると，以下のように簡潔に式を変形することができる．

原点を右端に，右向きを正にとると，

$$s = a(\cos\theta + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}) - d = a(\cos\theta + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}) - (a+b)$$

$$= a\left\{(\cos\theta - 1 - \lambda) + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}\right\}$$

$$\frac{ds}{d\theta} = a(-\sin\theta + \frac{-2\sin\theta\cos\theta}{2\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}})$$

$$= -a(\sin\theta + \frac{1}{2}\frac{\sin 2\theta}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}})$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \omega\frac{ds}{d\theta}$$

$$= -a\omega(\sin\theta + \frac{1}{2}\frac{\sin 2\theta}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}}) \qquad (\because \theta = \omega t)$$

$$\frac{d^2 s}{d\theta^2} = -a\left[\cos\theta + \frac{1}{2}\frac{1}{\lambda^2 - \sin^2\theta}\left\{2\cos 2\theta\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta} - \sin 2\theta(-\frac{1}{2}\frac{\sin 2\theta}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}})\right\}\right]$$

$$= -a\left[\cos\theta + \frac{\cos 2\theta}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}} + \frac{\sin^2 2\theta}{4(\lambda^2 - \sin^2\theta)^{1.5}}\right]$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{d^2 s}{d\theta^2}(\frac{d\theta}{dt})^2 = \omega^2\frac{d^2 s}{d\theta^2}$$

$$= -a\omega^2\left[\cos\theta + \frac{\cos 2\theta}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}} + \frac{\sin^2 2\theta}{4(\lambda^2 - \sin^2\theta)^{1.5}}\right]$$

4. $\theta=\pi$のとき,$s=s_{max}=2a$,よって,

中央とは,$s=-a$

$\therefore -a = a\left\{(\cos\theta - 1 - \lambda) + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}\right\}$を $\cos\theta$について解く．

$$0 = \left\{(\cos\theta - \lambda) + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2\theta}\right\}$$

$$(\cos\theta - \lambda)^2 = \lambda^2 - \sin^2\theta$$

$$\cos^2\theta - 2\lambda\cos\theta + \lambda^2 = \lambda^2 - \sin^2\theta$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta - 2\lambda\cos\theta = 0$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2\lambda}$$

5.　$b\sin\varphi = a\sin\{180-(\theta+\varphi)\}$

$= a\sin(\theta+\varphi)$　　　　これがθとφの関係を与える.･･･(1)

この式の左辺を右辺に移項すると，

$0 = -b\sin\varphi + a\sin\theta\cos\varphi + a\cos\theta\sin\varphi$

$= a\sin\theta\cos\varphi - (b - a\cos\theta)\sin\varphi$

$= \alpha\cos\varphi - \beta\sin\varphi$　□ここで，$\alpha = a\sin\theta$,　$\beta = (b - a\cos\theta)$

$= \sqrt{\alpha^2+\beta^2}\,(\sin\gamma\cos\varphi - \cos\gamma\sin\varphi)$　□ここで，$\gamma = \tan^{-1}\dfrac{a\sin\theta}{(b-a\cos\theta)}$

$= \sqrt{\alpha^2+\beta^2}\,\sin(\gamma-\varphi)$

よって,$\varphi=\gamma$ なら，右辺は 0 になる

よって

$$\gamma = \tan^{-1}\frac{a\sin\theta}{(b-a\cos\theta)} \overset{\substack{\theta=150^\circ \\ a=100 \\ b=400}}{=\!=\!=\!=} \tan^{-1}\frac{100\dfrac{1}{2}}{400-100\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$$

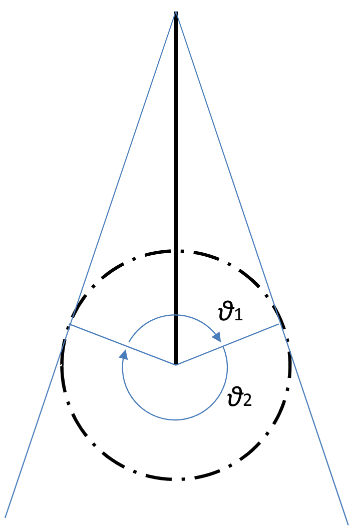
$$\approx \tan^{-1}0.160 \approx 0.158 \approx 9.06^\circ$$

基本式(1)の両辺を時間 t で微分すると，

$$b\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt} = a\cos(\theta+\varphi)\left(\frac{d\theta}{dt}+\frac{d\varphi}{dt}\right)$$

$$\therefore \frac{d\varphi}{dt} = \frac{a\cos(\theta+\varphi)}{b\cos\varphi - a\cos(\theta+\varphi)}\frac{d\theta}{dt} \approx -6.01\,\mathrm{rad/s}$$

φ: 9.06° → 3.95 　　$\theta+\varphi$: 159.06° → -0.93 　　$\dfrac{d\theta}{dt}$: $\dfrac{300\cdot 2\pi}{60}$ → 31.4



$$\frac{\text{左方への時間}}{\text{右方への時間}} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{2\pi - 2\cos^{-1}\lambda}{2\cos^{-1}\lambda} \approx \frac{2\pi - 2\cdot 1.32}{2\cdot 1.32} \approx 2.40$$

ただし，ここでの$\lambda = \dfrac{a}{b} = \dfrac{100}{400} = 0.25$

6.　$s=2l\sin\theta=$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = 2l\cos\theta\omega$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = 2l\omega^2\sin\theta$$

7.　左向きでは遅く，右向きでは早い．

原点を O_3 にとり，2 次元座標系の第一軸を右方に，第 2 軸を上方にとると，

点 O_1 の座標は$\begin{bmatrix} a\sin\theta \\ b + a\cos\theta \end{bmatrix}$

点 O_4 の座標は$\dfrac{g}{c}\begin{bmatrix} a\sin\theta \\ b + a\cos\theta \end{bmatrix}$

点 O_5 の第一軸の座標は$\dfrac{g}{c}(a\sin\theta) + \sqrt{e^2 - \left(h - \dfrac{g}{c}(b + a\cos\theta)\right)^2}$

以下，詳細は省略．